

ミュー粒子異常磁気能率への量子電磁気学による摂動12次の寄与

山崎遼大*1,*2、仁尾真紀子*2,*1

*1 埼玉大学理工学研究科、*2 理研仁科加速器科学研究センター

1. 素粒子標準模型(SM)でのミュー粒子異常磁気能率



磁場中の荷電レプトンを記述するハミルトニアン

$$H = -\vec{\mu}_l \cdot \vec{B},$$

$$\vec{\mu}_l = g_l \frac{e\hbar}{2m_l} \vec{s} = g_l \frac{e}{2m_l} \mu_B \vec{s}$$

($l = e, \mu, \tau$)

相対論的量子力学では厳密に $g_l = 2$
真空の揺らぎの寄与
2からズレる

そのずれを $g-2$ (異常磁気能率)

$$a_l := \frac{g_l - 2}{2}$$

実験値 B. Abi et al. Phys. Rev. Lett. 126, 141801 (2021)

$$a_\mu(\text{exp.}) = 116\,592\,061(41) \times 10^{-11}$$

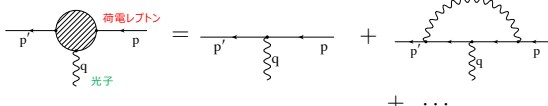
理論値 T. Aoyama et al. Phys. Rept. 887, 1 (2020)

$$a_\mu(\text{SM}) = 116\,591\,810(1)(40)(18)[43] \times 10^{-11}$$

weak hadron hadron
真空偏極 光散乱

QEDの不確かさ 0.104×10^{-11}

$$a_\mu(\text{exp.}) - a_\mu(\text{SM}) = 251(41)(43)[59] \times 10^{-11}$$



$$= -ie\bar{u}(p') \left[\gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i}{2m} \sigma^{\mu\nu} q_\nu F_2(q^2) \right] u(p) A_\mu(q)$$

図(積分)を計算することで $g-2$ を計算可能!!

$$F_2(0) = a_l = a_l(\text{QED}) + a_l(\text{hadronic}) + a_l(\text{electroweak})$$

2. 量子電磁気学(QED)による寄与

- 摂動10次まで計算されている
- QEDの不確かさ 0.10×10^{-11} v.s. 実験の不確かさ 41×10^{-11}
- QEDの不確かさ 摂動12次の寄与の概算で決めている
- この概算は正しいか?
- 質量比 $\frac{m_\mu}{m_e} \sim 200$ に起因する強調因子の存在
- 実際に計算することで確かめる

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}, \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 \sim \left(\frac{1}{430}\right)^5 \sim 0.7 \times 10^{-13}$$

ファイマン図の個数(赤字は各項の値が確定した年)

$$\Gamma = 1 + e^2 + 7e^4 + 72e^6 + 891e^8 + 12\,672e^{10} + 202\,770e^{12} + \dots$$

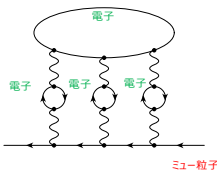
- 摂動12次 ファインマン図 202,770個
- 1個のファインマン図 → 積分
テキストファイルで、数十万行程度
- 1年程度で終わることはできない

ミュー粒子異常磁気能率では、主に寄与する図が限られており、これらを選択して計算する

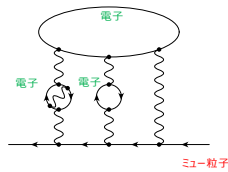
3. 低次の結果から推測できる主要項

光散乱を含む頂点図+真空偏極

LL6_p2p2p2 60個



LL6_p4p2 72x3 個



- ファインマンパラメタ空間(dz)で被積分関数を構成 → 数値積分
- モンテカルロ積分アルゴリズムVEGASでの10次元積分
- すべてノートパソコンで実施

LL6の寄与

$$M^{(6)} = \frac{1}{16} \int \frac{(dz)}{U^2} \left[\left(\frac{C_0}{V^2} + \frac{C_1}{UV} \right) + \sum_{j=3}^5 \left(\frac{Z_0^{(j)}}{V^3} + \frac{Z_1^{(j)}}{UV^2} + \frac{Z_2^{(j)}}{U^2V} \right) \right]$$

$$V = (z_1 + z_2)m_\mu^2 + (z_3 + z_4 + z_5)r^2 m_\mu^2 - (z_1 A_1 + z_2 A_2) p^2$$

LL6_p2p2p2の寄与

$$M^{(12)} = \frac{1}{16} \int_0^1 ds \int_0^1 dt \int_0^1 du \rho(s)\rho(t)\rho(u) \int \frac{(dz)}{U^2} V \rightarrow V + z_a m_\mu^2(s) + z_b m_\mu^2(t) + z_c m_\mu^2(u)$$

$$\times \left[\frac{C_0}{V^2} + \frac{C_1}{UV} \right] + \sum_{j=3}^5 \left(\frac{Z_0^{(j)}}{V^3} + \frac{Z_1^{(j)}}{UV^2} + \frac{Z_2^{(j)}}{U^2V} \right) m_p^2(s) := 4/(1-s^2)$$

$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^6$ の係数として

全てのループが電子

$$M_{LL6-p2p2p2}^{(e,e,e,e)} = 2413.1(2.1),$$

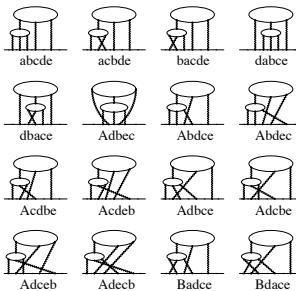
$$M_{LL6-p4p2}^{(e,e,e)} = 1456.2(3.7)$$

全てのループがミュー粒子

$$M_{LL6-p2p2p2}^{(\mu,\mu,\mu)} = 2.0936(41),$$

$$M_{LL6-p4p2}^{(\mu,\mu,\mu)} = 4.0699(63)$$

4. 摂動12次で初めて出現する構造を持つ主要項



- 摂動12次で初めて出現する構造
- 光散乱を2個含む図

頂点図 360個 → 自己エネルギー図 16個

強調因子 $\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2 \sim 40000$ が出現する可能性!!
ミュー粒子 $g-2$ の理論値を大きく動かす 10×10^{-11} 程度!?

$$m_\mu^2 \frac{dF_1(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0} \propto \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2$$

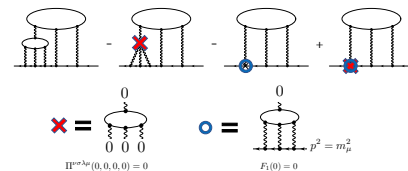
E. H. Wichmann and N. M. Kroll (1956)

LL6_LL6の寄与

$$M^{(12)} = \frac{1}{32} \int (dz) \frac{1}{U^2} \left(\sum_{k=0}^4 \frac{C_k}{U^k V^{5-k}} + \sum_{j=9}^{11} \sum_{k=0}^5 \frac{z_j Z_k^{(j)}}{U^k V^{6-k}} \right)$$

は紫外発散を持っている。そこで、

図abcdeの場合



- 一つの図 2ノード、80コア並列、simd(ベクトル)化
- 一つの図 コンパイルに2時間 Fortran90
- VEGASで16次元積分を実行
- 評価点 10^{10} 個で積分グリッドを最適化
- 評価点 10^{10} 個、実行回数2回、実行時間約60時間
- 全ての図の計算に、22万コア時間使用 (予備的計算を含む) 22万コア時間~25年

$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^6$ の係数として

$$M_{LL6-LL6}^{(e,e)} = 145.8(2.0)$$

$\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2$ の強調因子はなかった



RIKEN HOKUSAI bigWaterfall

5. 結論

主要項の寄与

$$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^6 \left[M_{LL6-p2p2p2}^{(e,e,e,e)} + M_{LL6-p4p2}^{(e,e,e)} + M_{LL6-LL6}^{(e,e)} \right] \simeq 0.63 \times 10^{-12}$$

統一理論値には影響しない
新物理探索にミュー粒子 $g-2$ は依然有効