# 表面符号のシンドローム測定結果に基づくエラーモデル推定

Estimation of quantum error model based on syndrome measurement in surface code

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻

小堀拓生　藤堂眞治

## ◆ Introduction

□ 表面符号の一部の復号アルゴリズムはエラーの情報によって精度が向上する[1]

エラーモデルの推定は重要！

□ シンドローム測定の結果からエラーモデルの推定はパウリエラーに制限したもの[2]などシミュレーションが簡単なものに対しては研究されている

➡ 一般のノイズのシミュレーションが可能な
テンソルネットワークシミュレーションを用いる[3]

本発表では…

シミュレーションの難しいエラーモデルのパラメータ推定がテンソルネットワークシミュレーションを用いたベイズ推定によるアプローチで実現可能であることを報告する

## ◆ Method

### 表面符号のテンソルネットワークシミュレーション[3]

#### ● スタビライザー符号

符号化 ➡ スタビライザー群の元の固有値が+1の固有状態を扱う

パウリ群の可換部分群

$\mathcal{S}=\{S_i\}, S_i \in \mathcal{P}, [S_i, S_j]=0 \text{ for all } S_i, S_j \in \mathcal{S}$ ➡ $S_i\left|\psi\right\rangle=\left|\psi\right\rangle$

復号 ➡ スタビライザー群の生成元の固有値を測定し、固有値が全て+1となるように操作する

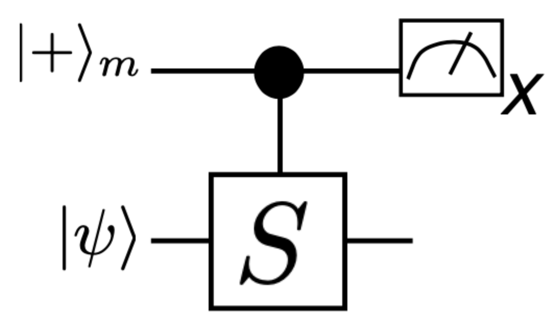
シンドローム測定によって固有値を補助ビットを用いて測定

シンドローム測定　：スタビライザーの固有状態に射影する測定

$$P_\pm=\frac{I\pm S}{2}$$

0　1

$$S\left|\psi\right\rangle=\left|\psi\right\rangle \quad S\left|\psi\right\rangle=-\left|\psi\right\rangle$$

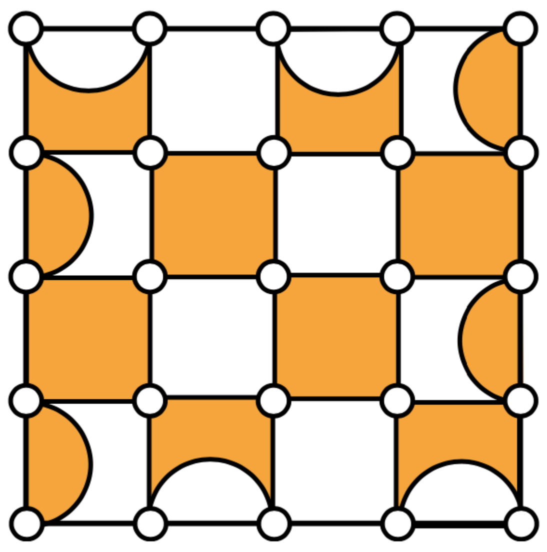



$$|0\rangle\langle 0|\otimes I+|1\rangle\langle 1|\otimes S$$

#### ● 表面符号

表面符号は、スタビライザー符号であり二次元正方格子上に配置された符号

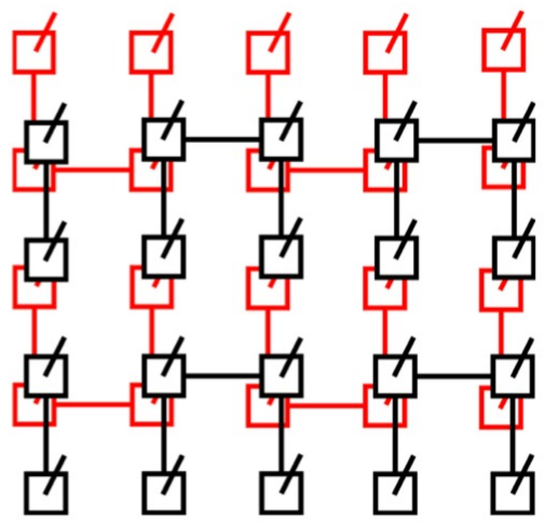
符号距離 $d$ ➡ $n_{qubit}=d^2$, $n_{ancilla}=d^2-1$



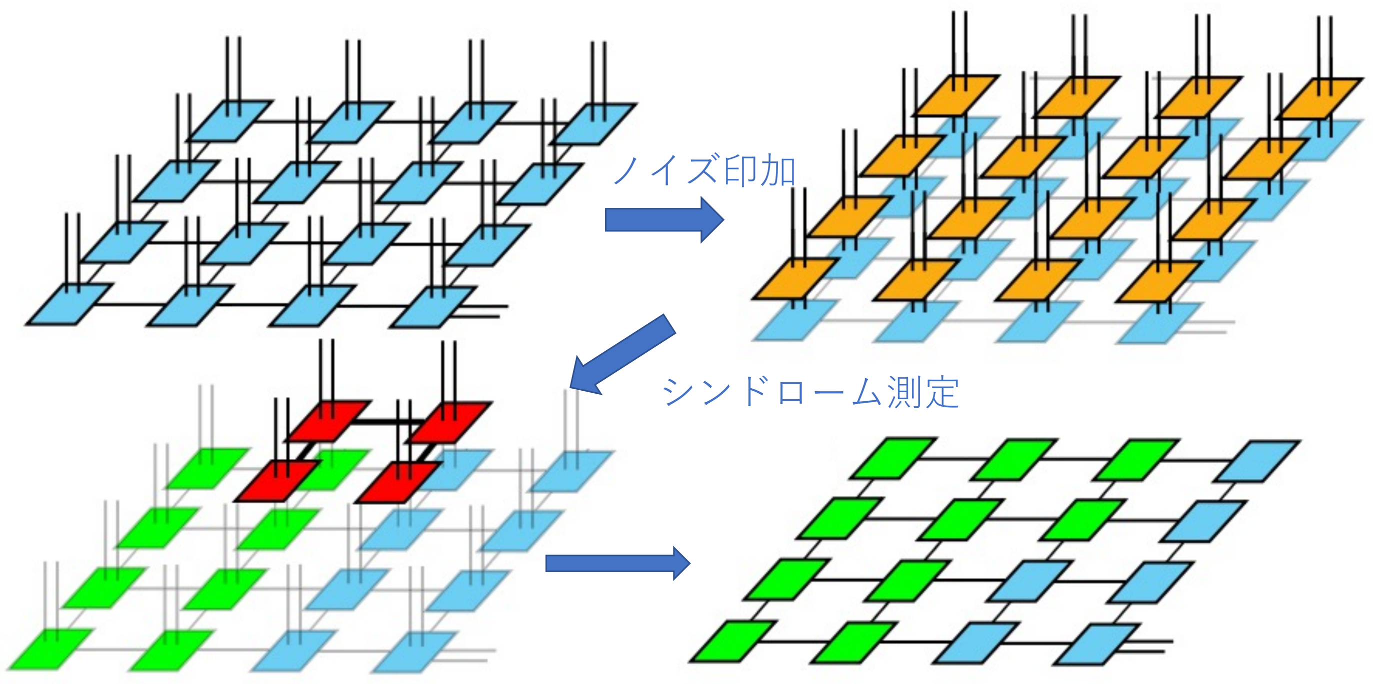
橙で表されるスタビライザー $A_f=\prod_{i\in f}X_i$

白で表されるスタビライザー $B_f=\prod_{i\in f}Z_i$

PEPS によってシミュレーションする



$$P_\pm=\frac{I\pm S}{2} \Rightarrow \quad A^\pm_{ij\boldsymbol{k}}=\begin{cases} I_{ij} & (\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0}) \\ \pm Z_{ij} & (\boldsymbol{k}=\boldsymbol{1})\end{cases} \quad B^\pm_{ij\boldsymbol{k}}=\begin{cases} I_{ij} & (\boldsymbol{k}=\boldsymbol{0}) \\ \pm X_{ij} & (\boldsymbol{k}=\boldsymbol{1})\end{cases}$$




シミュレーションの計算量 ： 近似なし $O(N4^{\sqrt{N}})$
近似あり $O(N\chi^3)$

パウリノイズ以外の一般のノイズでもシミュレート可能

### ベイズ推定に基づくエラーモデルパラメータ推定

シンドローム測定の結果を用いることでエラーモデルのパラメータを推定する

$$\boldsymbol{S}=\{S_1, S_2\cdots, S_n\} \longrightarrow p(\boldsymbol{\alpha}|\boldsymbol{S})$$

ベイズの定理から計算する

$$p(\boldsymbol{\alpha}|\boldsymbol{S})\propto \underline{p(\boldsymbol{S}|\boldsymbol{\alpha})}p(\boldsymbol{\alpha})$$

シミュレーションから計算可能

ベイズ推定量(EAP推定量)によってパラメータを推定する

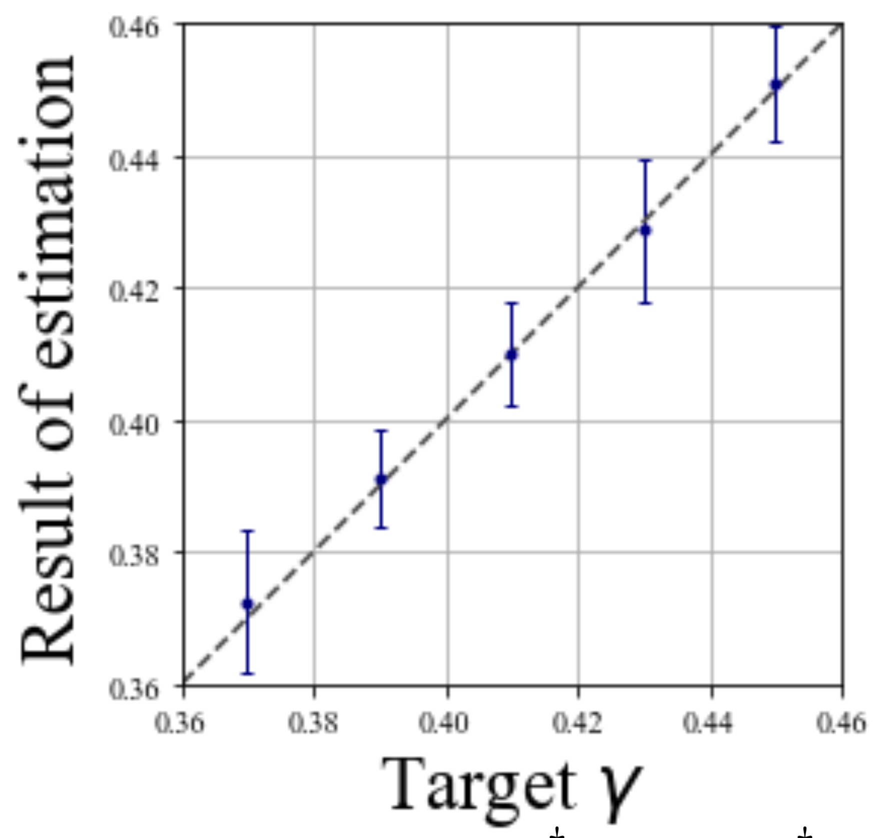
$$\overline{\boldsymbol{\alpha}}=\int \boldsymbol{\alpha}p(\boldsymbol{\alpha}|\boldsymbol{S})d\boldsymbol{\alpha}$$

モンテカルロ積分を考えて、$\boldsymbol{\alpha}\sim p(\boldsymbol{\alpha}|\boldsymbol{S})$ をサンプリングすれば計算可能

➡ マルコフ連鎖モンテカルロ法によって実現

## ◆ Result

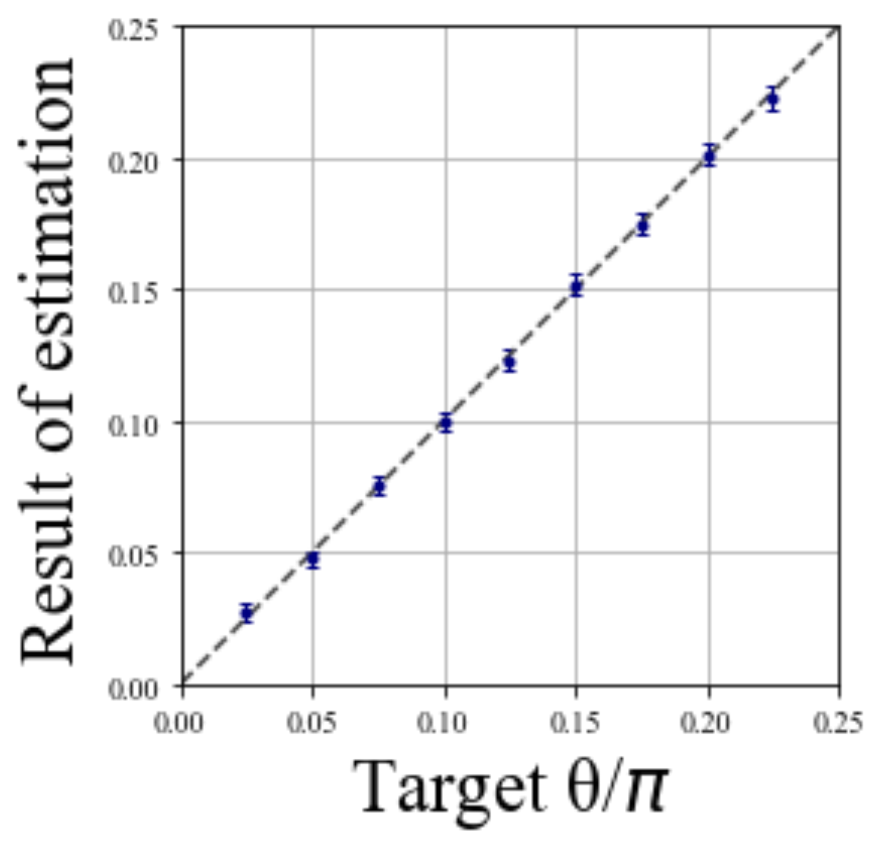
■振幅減衰ノイズ




$$\mathcal{E}_{AD}(\rho)=K_0\rho K_0^\dagger+K_1\rho K_1^\dagger$$

$K_0=|0\rangle\langle 0|+\sqrt{1-\gamma}\,|1\rangle\langle 1|$　$K_1=\sqrt{\gamma}\,|0\rangle\langle 1|$

■ 対称回転ノイズ




$$\mathcal{E}_{SR}(\rho)=e^{-i\theta Z}\rho e^{i\theta Z}$$

3×3の表面符号、シンドローム測定：1000セット
モンテカルロステップ　：3000回(うち1000回をバーンイン)　20回計算を行った

## ◆ Conclusion

□ 符号距離が3の表面符号であっても、パウリエラーではない、より一般の1量子ビットエラーモデルのパラメータ推定が可能であることが実証された。

□ ベイズ推定を用いた推定手法は拡張が可能であり、より一般の1量子ビットエラーモデルや、多量子ビットエラーモデルにも適応することができる。

□ 今回はテンソルネットワークの縮約を近似なしで実行したが、近似によって大きな系でも線形の時間の増加のみで推定が可能である。

### ◆ Reference

[1] A. S. Darmawan and D. Poulin, Phys. Rev. E 97, 051302 (2018)
[2] T. Wagner, H. Kampermann, D. Bruß, and M. Kliesch, Quantum 6, 809 (2022)
[3] A. S. Darmawan and D. Poulin, Phys. Rev. Lett. 119, 040502 (2017). (図も引用)